

Matematika 1 Tugas 3 (Matriks)

A. Ubahlah matriks-matriks berikut ini ke dalam bentuk matriks eselon baris dan matriks eselon baris tereduksi dengan menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE)

3.
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Jawaban:
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Jawaban:
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_2 - B_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_3 - 2B_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_3(-1)}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_3 + B_2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_1 - B_2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

B. Dapatkan invers dari matriks-matriks berikut ini jika matriksnya adalah matriks invertible dengan menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE) dan cek jawabannya dengan mengalikannya dengan matriks awalnya.

4. (a). $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \rightarrow$ misal : matriks A

Jawab:
$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{B_2 - 2B_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{B_1 + 4B_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -7 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{B_2(-1)}$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -7 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$$

Invers dari matriks A

Pembuktian :

$A \cdot A^{-1} = I$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$A^{-1} A = I$

$$\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jadi, matriks $\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ adalah invers dari matriks $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

Jawaban:
$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Nama : Mohammad Febryan Khamim

NRP : 5002221072

5. (a) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ = misal : matriks B

Jawab :

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -4 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_{21}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & -4 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_2 - 3B_1, B_3 - 2B_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -10 & | & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 5 & -10 & | & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{B_{23}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -10 & | & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -10 & | & 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_2 - B_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & -10 & | & 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{B_3 - 4B_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -10 & | & 5 & -7 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{B_3 \cdot (-\frac{1}{10})} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{1}{2} & \frac{7}{10} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \xrightarrow{B_1 - 3B_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & \frac{3}{2} & -\frac{11}{10} & -\frac{6}{5} \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{1}{2} & \frac{7}{10} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Invers matriks B

Pembuktian :

$A^{-1} \cdot A = I$

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{11}{10} & -\frac{6}{5} \\ -1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{7}{10} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$A \cdot A^{-1} = I$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{11}{10} & -\frac{6}{5} \\ -1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{7}{10} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jadi, matriks $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{11}{10} & -\frac{6}{5} \\ -1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{7}{10} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$ adalah invers dari matriks $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$

Jawaban : $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{11}{10} & -\frac{6}{5} \\ -1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{7}{10} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

Nama : Mohammad Febryan Khomim

NRP : 500 222 1072

6. d.
$$\begin{pmatrix} -8 & 17 & 2 & 1/3 \\ 4 & 0 & 2/3 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 13 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Jawaban : Tidak Punya Invers

Jika suatu matriks punya suatu baris / kolom yang semua anggotanya 0, maka nilai determinannya sama dengan 0. Ketika Determinan suatu matriks bernilai 0 disebut sebagai matriks Singular dan tidak memiliki Invers.